

## Pomiar stosunku $c_p/c_v$ dla powietrza

(1 tydzień, 7 pkt.) lub (1 tydzień, 10 pkt.)

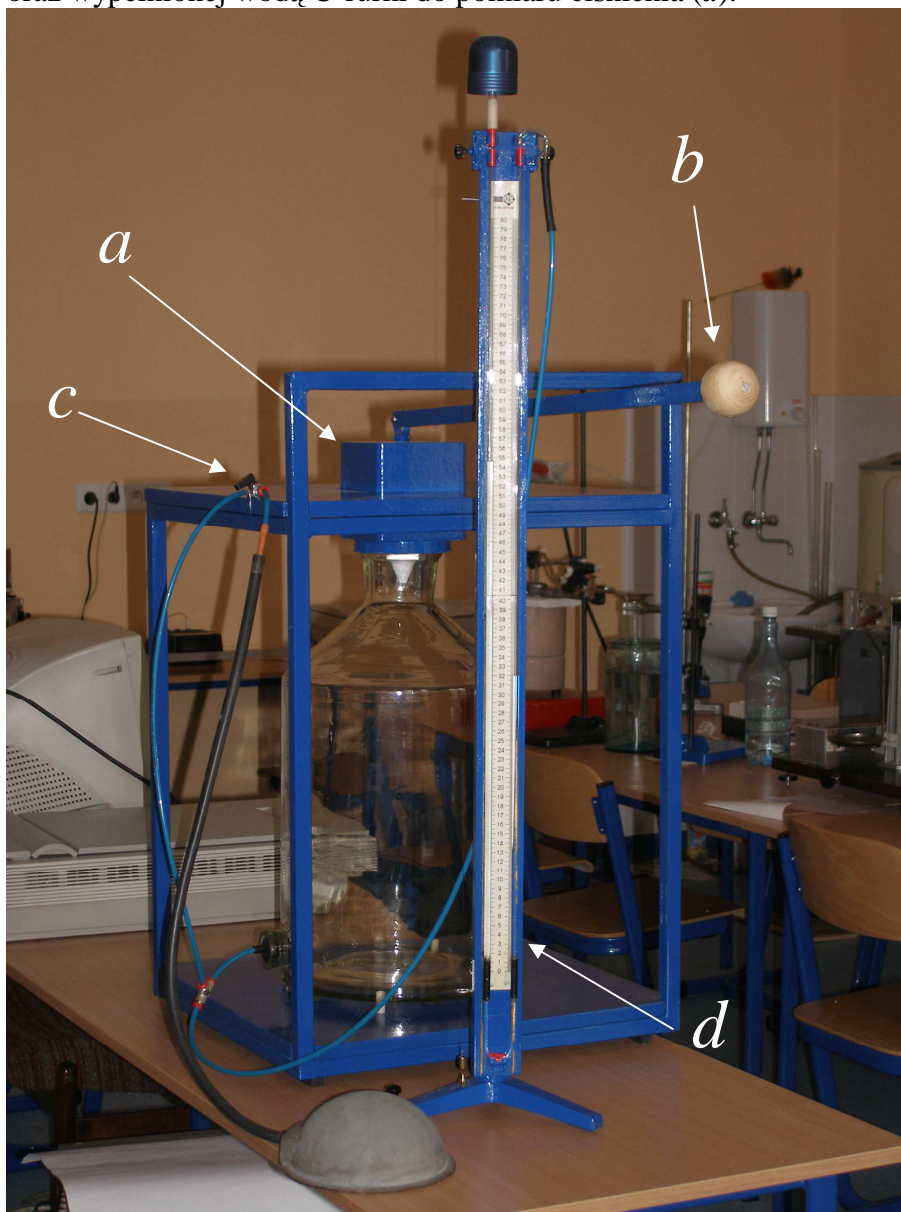
Zagadnienia: ciepło, temperatura, ciepła właściwe  $c_p$  i  $c_v$ , gaz doskonały, przemiany gazowe.

### Cel doświadczenia

Celem doświadczenia jest wyznaczenie stosunku ciepł właściwych  $c_p/c_v$  dla powietrza.

### Budowa układu

Układ pomiarowy składa się z butli szklanej, pompki powietrza, zaworu klapowego butli (*a*) otwieranego dźwignią (*b*), zaworu umożliwiającego napompowanie powietrza (*c*), oraz wypełnionej wodą U-rurki do pomiaru ciśnienia (*d*).



## Ilościowy opis zjawisk

Zwiększamy ciśnienie w butli wpompowując pewną ilość powietrza. Obserwujemy poziomy wody w U-rurce i czekamy na wyrównanie temperatur. W butli znajduje się  $N$  moli gazu pod ciśnieniem  $p_0 + dgh_1$  w temperaturze  $T_0$  i objętości  $V_0$ . Jest to stan (1). Otwieramy na ok. 1 sekundę klapę butli i dokonujemy przemiany adiabatycznej w czasie której z butli wydostaje się pewna ilość gazu  $\Delta N$  i wyrównuje się ciśnienie. Jest to stan (2). W tym stanie mamy  $N - \Delta N$  moli gazu pod ciśnieniem  $p_0$  objętości  $V_0$ . Dla stanów (1) i (2) można zapisać równania adiabaty pamiętając o skorygowaniu liczby moli. Tak więc dla tej samej liczby moli  $N$ :

$$(p + dgh_1)V^\kappa = p(V + \Delta V)^\kappa. \quad (9.1)$$

$\Delta V$  i  $\Delta N$  są związane proporcjonalnością:

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta V}{V}. \quad (9.2)$$

Dalej następuje ogrzewanie zamkniętej butli i wzrost ciśnienia, a po wyrównaniu temperatury butli i otoczenia osiągnięty zostaje stan równowagi (3). W stanie (3) mamy  $N - \Delta N$  moli gazu pod ciśnieniem  $p_0 + dgh_2$ , objętości  $V_0$  i temperaturze  $T_0$ . Dla stanów (1) i (3) z równania Clapeyrona

$$\frac{(p + dgh_1)V}{NT} = \frac{(p + dgh_2)V}{(N - \Delta N)T}. \quad (9.3)$$

Przekształcone równania (9.1) i (9.3) po wstawieniu  $N$  z (9.2) do (9.3) tworzą układ:

$$\begin{cases} \left(1 + \frac{dgh_1}{p}\right) = \left(1 + \frac{\Delta V}{V}\right)^\kappa \\ 1 + \frac{dgh_1}{p} = \frac{\left(1 + \frac{dgh_2}{p}\right)}{\left(1 - \frac{\Delta V}{V}\right)} \end{cases}, \quad (9.4)$$

z którego pozbywamy się  $\Delta V/V$  otrzymując związek pomiędzy  $h_1$ ,  $h_2$  oraz  $\kappa$ :

$$1 + x_1 = \left(1 + \frac{x_1 - x_2}{1 + x_1}\right)^\kappa, \quad x_1 = \frac{dgh_1}{p}, \quad x_2 = \frac{dgh_2}{p}, \quad (9.5)$$

gdzie dla skrócenia zapisu wprowadzono  $x_1$ ,  $x_2$ . Z tego równania można wyznaczyć  $\kappa$ :

$$\kappa = \frac{\ln(1 + x_1)}{\ln\left(1 + \frac{x_1 - x_2}{1 + x_1}\right)}. \quad (9.6)$$

## Wykonanie doświadczenia

Sprawdzamy czy U-rurka stoi pionowo. Sprawdzamy czy przy otwartym zaworze poziomy wody w obu ramionach U-rurki są takie same. Jeśli nie są, pamiętamy o dokonaniu odpowiedniej korekty wyników lub zgłaszamy problem obsłudze technicznej. Następnie uczymy się otwierać i zamykać zawór 1. Zawór należy otwierać szeroko (by wypuścić cały nadmiar powietrza) i starać się go zamknąć możliwie szybko (by były spełnione założenia przemiany adiabatycznej i izochorycznej). Z drugiej strony należy zadbać o to, by nie zamykać zaworu zbyt gwałtownie, bo wtedy powodujemy wzrost ciśnienia w butli. Można to

łatwo sprawdzić. Otwieramy zawór i obserwujemy wyrównanie poziomów w U-rurce. Następnie powoli opuszczamy zawór i obserwujemy, że można zamknąć układ bez wzrostu ciśnienia. Po kolejnym otwarciu zamykamy zawór szybko i obserwujemy wzrost ciśnienia w butli spowodowany dużą prędkością kłapy zaworu.

Po opanowaniu właściwego zamykania kłapy zaworu wykonujemy właściwe pomiary. Napełniamy butlę powietrzem. Czekamy kilka minut aż ustali się temperatura i nie będziemy obserwować zmiany poziomów wody w U-rurce. Odczytujemy  $h_1$ . Otwieramy zawór, wypuszczając powietrze a następnie szybko i delikatnie zamykamy. Obserwujemy wzrost temperatury gazu skutkujący zmianą poziomu wody w U-rurce. Po ustaleniu się temperatury odczytujemy  $h_2$ .

## Opracowanie danych

### 1. Metoda dla mniej zaawansowanych:

Z wyrażenia (9.5) można wyznaczyć  $x_2$ . Następnie zakładając, że  $x_1$  jest małe, ograniczając się do wyrazów pierwszego rzędu i podstawiając wprowadzone  $x_1, x_2$  (lub  $h_1, h_2$ ) otrzymujemy:

$$h_2 = \frac{\kappa - 1}{k} h_1. \quad (9.7)$$

Wzór ten zgadza się z [2]. Wyznaczamy zależność pomiędzy  $h_1, h_2$  i z wartości współczynnika kierunkowego otrzymujemy wartość  $\kappa$ . Należy pamiętać, że wyrażenie (9.7) jest prawdziwe dla małych  $x_1, x_2$ , czyli

$$\frac{dgh_1}{p} \ll 1, \quad \frac{dgh_2}{p} \ll 1. \quad (9.8)$$

### 2. Metoda dla bardziej zaawansowanych.

Z wyrażenia (9.5) można wyznaczyć  $x_2$ . Następnie Zakładając, że  $x_1$  jest małe i ograniczając się do wyrazów drugiego rzędu

$$x_2 = \frac{\kappa - 1}{k} x_1 - \frac{\kappa + 1}{2\kappa^2} x_1^2 + \dots \quad (9.9)$$

Po przekształceniu:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\kappa - 1}{k} - \frac{dg(\kappa + 1)}{2p\kappa^2} h_1. \quad (9.10)$$

Dane eksperymentalne można opracować przedstawiając zależność  $h_2/h_1$  od  $h_1$  i odczytując wartości odpowiednich współczynników. Metoda ta jest lepsza od metody dla mniej zaawansowanych ponieważ we wzorze (9.9) uwzględnione są dwa wyrazy rozwinięcia natomiast we wzorze (9.7) tylko jeden.

Inna metoda polega na przekształceniu (9.6):

$$\ln\left(1 + 2\frac{dgh_1}{p} - \frac{dgh_2}{p}\right) = \frac{1 + \kappa}{\kappa} \ln\left(1 + \frac{dgh_1}{p}\right). \quad (9.3)$$

Widać, że wykreślenie  $\ln(1 + 2h_1/dg - h_2/dg)$  w zależności od  $\ln(1 + h_1/dg)$  pozwala na wysnalenie współczynnika kierunkowego zależnego od  $\kappa$ . Przy tym sposobie opracowania musimy zmierzyć dodatkowo ciśnienie atmosferyczne  $p$  (odczytać ciśnienie z barometru znajdującego się na Pracowni ) oraz uwzględnić odczytaną z tablic gęstość wody destylowanej  $d$  w U-rurce.

## Literatura

- [1] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Podstawy Fizyki, tom 2, PWN, Warszawa 2003, str. 224-244
- [2] H. Szydłowski, Pracownia Fizyczna, PWN, Warszawa 1999, str 405-406
- [3] <http://encyclopedia.airliquide.com>: Ratio of specific heats ( $\gamma$ : $C_p/C_v$ ) (1.013 bar and 21 °C (70 °F)) : 1.4028