

### 33. Pomiar oporu metodą van der Pauwa

(2 tygodnie, 20 pkt.)

Zagadnienia: prąd, napięcie, opór, oporność właściwa, czteropunktowa metoda pomiaru oporu.

Literatura: instrukcja doświadczenia nr 6.

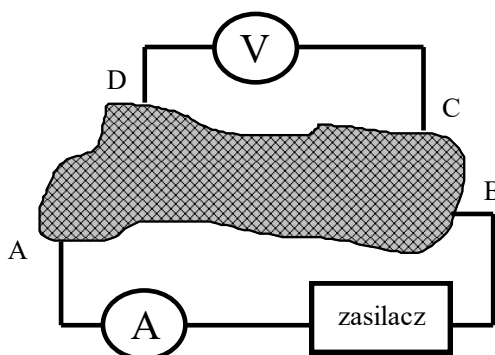
Celem doświadczenia jest zapoznanie się z metodą wyznaczenia oporu właściwego metodą van der Pauwa, przeprowadzenie pomiarów oraz porównanie wyników z pomiarami wykonanymi metodą czteropunktową.

#### 1. Opis idei metody van der Pauwa

Na brzegu nieskończenie cienkiej, jednorodnej folii przewodzącej znajdują się cztery punktowe kontakty elektryczne, które oznaczamy literami A, B, C i D (Rys. 33.1). Jeśli **prąd  $I_{AB}$  płynie od kontaktu A do B**, to przez  $R_{ABCD}$  oznaczamy bieżącą wielkość:

$$R_{ABCD} = \frac{(U_D - U_C)}{I_{AB}}, \quad (33.1)$$

gdzie  $U_D$  i  $U_C$  są potencjałami w punktach D i C. W przypadku kontaktów rozmieszczonych tak jak na Rys. 33.1  $R_{ABCD}$  jest wielkością dodatnią.



Rys. 33.1. Schemat elektryczny układu do pomiaru oporu metodą van der Pauwa.

Korzystając z teorii funkcji zespolonych (odwzorowania konforemne) można udowodnić (L.J. van der Pauw, Philips Res. Rep. 13, 1, 1958), że:

$$e^{\left(\frac{-\pi d R_{ABCD}}{\rho}\right)} + e^{\left(\frac{-\pi d R_{BCDA}}{\rho}\right)} = 1, \quad (33.2)$$

gdzie  $\rho$  jest oporem właściwym a  $d$  grubością materiału. Relacja (33.2) pozwala na prosty pomiar oporu właściwego materiałów. Wprowadźmy dwie zmienne,  $u$  i  $v$  zdefiniowane następująco:

$$u = 2\rho \frac{1}{\pi d(R_{ABCD} + R_{BCDA})}, \quad (33.3)$$

$$v = \frac{R_{ABCD} - R_{BCDA}}{R_{ABCD} + R_{BCDA}}, \quad (33.4)$$

wtedy, po podstawieniu równań (33.3), (33.4) do (33.2) i po przekształceniu otrzymujemy:

$$u = \frac{1}{\ln\left(e^{\frac{-v}{u}} + e^{\frac{v}{u}}\right)}, \quad (33.5)$$

Równanie (33.5) definiuje pewną funkcję  $f$ :

$$u=f(v), \quad (33.6)$$

której wartości podane są w załączonej tabelicy. Dla 0 funkcja  $f$  przybiera wartość  $1/\ln(2)=1.442695\dots$  a dla 1 wartość 0. Podstawiając (33.3) i (33.4) do (33.6) po przekształceniach otrzymujemy:

$$\rho = \frac{\pi d}{2} \cdot (R_{ABCD} + R_{BCDA}) \cdot f\left(\frac{R_{ABCD} - R_{BCDA}}{R_{ABCD} + R_{BCDA}}\right). \quad (33.7)$$

Opór właściwy wyznaczamy mierząc wartości  $R_{ABCD}$  i  $R_{BCDA}$  oraz grubość  $d$ . Następnie odczytujemy lub obliczamy wartość funkcji  $f(x)$  dla

$$x = \frac{R_{ABCD} - R_{BCDA}}{R_{ABCD} + R_{BCDA}} \quad (33.8)$$

(patrz tabelka) i korzystając z (33.7) obliczamy  $\rho$ .

## 2. Wykonanie pomiarów

W układzie znajduje się kawałek blachy, którą możemy uznać za cienką bo jej grubość jest znacznie mniejsza od szerokości. Cztery krokodylki są kontaktami prądowymi i napięciowymi, przyczepiamy je jak najbliżej brzegu blachy.

Zestawiamy układ wg. rysunku 33.1 (zwracamy uwagę na kolejność kontaktów). Mierzmy prąd i napięcie w celu wyznaczenia  $R_{ABCD}$ . Zmieniamy przewody na zaciskach przyrządów **nie zmieniając położenia krokodylków** i wyznaczamy  $R_{BCDA}$ . Obie wielkości,  $R_{ABCD}$  i  $R_{BCDA}$  powinny być dodatnie. Te wielkości już wystarczają do wyznaczenia  $\rho$ . Następnie zmieniamy położenia krokodylków i powtarzamy pomiary.

W układzie znajduje się wąski pasek blachy, którego opór właściwy możemy zmierzyć klasyczną metodą czteropunktową. Wykonujemy pomiary prądu, napięcia, mierzymy odległości pomiędzy kontaktami i grubość i szerokość paska blachy.

### 3. Opracowanie danych

Wyniki przedstawiamy na wykresie, w którym na jednej osi jest  $f(x)$  (patrz równanie (33.7, 33.8)) a na drugiej odwrotność  $R_{ABCD} + R_{BCDA}$ . Sprawdzamy czy otrzymaliśmy zależność liniową i jeśli tak, wyznaczamy z wykresu wartość  $\rho/d$ . Wartość tę porównujemy z wynikiem otrzymanym metodą czteropunktową.

Wartości funkcji  $f(x)$  zdefiniowanej równaniem:

$$f(x) = 1/\ln\{ \exp[-x/f(x)] + \exp[x/f(x)] \}$$

przedstawione są w poniższej tabelce:

$x$	$f(x)$	$x$	$f(x)$	$x$	$f(x)$	$x$	$f(x)$
0.0	1.4427	0.5	1.3080	0.91	0.8367	0.96	0.6835
0.1	1.4377	0.6	1.2411	0.92	0.8116	0.97	0.6391
0.2	1.4225	0.7	1.1534	0.93	0.7843	0.98	0.5839
0.3	1.3966	0.8	1.0351	0.94	0.7545	0.99	0.5059
0.4	1.3590	0.9	0.8600	0.95	0.7202	1.00	0.0